Kasten 1: Die Mathematik der Sternenscheibe in alles Ausführlichkeit zum Mit- und Nachrechnen

Die Berechnung der geographischen Breite an Hand der Winkel auf der Nebra-Scheibe erfolgt etwa auf die hier gezeigte Weise:

Eine elementare Gleichung aus der Sphärischen Trigonometrie, die normalerweise zur Umrechnung von Koordinaten aus dem äquatorialenKoordinatensystem ins horizontale System verwendet wird, lautet:

$$\sin d = \sin j \cdot \sin h - \cos j \cdot \cos h \cdot \cos A \qquad (1)$$

Hier ist δ die Deklination des Mondes. Sie kann folgende Werte annehmen, wobei hier natürlich

$$d_1 = -e - i = -29{,}043°$$
$$d_2 = \quad e + i = +29{,}043°$$
$$d_3 = -e + i = -18{,}723°$$
$$d_4 = \quad e - i = +18{,}723°$$

die Extreme zu den Mondwenden interessieren. Darin ist ε die Neigung der Erdachse und i die Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik. Im Jahr 1700 v.Chr. hatte ε den Wert 23.883°, i beträgt 5,16°. A steht für den Azimutwinkel h für die Höhe und φ für die geographische Breite des Beobachters. Gleichung (1) führt zu:

$$\text{für } h = 0 \Rightarrow \sin h = 0, \; \cos h = 1$$

$$j = \arccos\left(-\frac{\sin d}{\cos A}\right) \qquad (2)$$

Die beiden Winkel β, die der Nebra-Scheibe entnommen werden können, stellen nicht den Azimut, sondern das Doppelte des Differenzwinkels (Pendelwinkel) zu 90° dar. Das bedeutet:

$$b = 2 \cdot (90 - A) \qquad (3)$$

die korrespondieren Azimuthwerte ergeben sich zu:

$$A = 90 - \frac{b}{2} \qquad (4)$$

Daraus folgen nun mit β_1 = 109° und β_2 = 66° insgesamt vier Azimutwerte (weil jedes β ja eine Differenz darstellt, ergeben sich aus jedem Wert jeweils ein Paar Azimutwerte):

A_1 = 35,5°, A_2 = 144,5° und A_3 = 57,0°, A_3 = 123,0°. Der erste Wert wird direkt nach (4) berechnet, der zweite ist ein Komplement zu 180°: A_2 = 180°-A_1 resp. A_4 = 180°-A_3. Jetzt muß man darauf achten, welche Monddeklination eigentlich zu welchem Azimutwert gehört. Der südllichste mögliche Azimut A_2 (Große Mondwende) gehört zu δ_2 = ε+i = 29,043°, der südlichste möglichste Azimut A_4 (Kleine Mondwende) zu δ_4 = ε-i = 18,723°.

$$j_2 = \arccos\left(-\frac{\sin(29{,}043°)}{\cos(144{,}5°)}\right) = 53{,}39°$$

und

$$j_4 = \arccos\left(-\frac{\sin(18{,}723°)}{\cos(123{,}0°)}\right) = 53{,}89°$$

oder als Mittelwert eben rund: 53,6°.

Will man die Werte exakt berechnen, muß man die Refraktion ρ der Erdatmophäre berücksichtigen; sie beträgt am Horizont etwa 0,575 Grad. Dazu kommt beim nahen Mond die Horizontparallaxe π_H, sie erreicht im Mittel einen Wert von 0,95 Grad und kommt dadurch zustande, daß sich der Mond am Himmel scheinbar verschiebt, weil sich der Beobachter im Laufe eines Tages mit der Erdrotation ja um den Erddurchmesser bewegt. Diese Faktoren gehen in die wahre Höhe h_w ein. Die scheinbare Höhe h_s wird hier als Null Grad angenommen. Bei Mond oder Sonne kann außerdem der Gestirnsradius r hinzugefügt oder abgezogen werden, wenn die Ober- oder Unterkante des Körpers zur Messung herangezogen wird. Damit ergibt sich also:

$$h_w = h_s - r + p_h \pm r \qquad (5)$$

Unter deren Berücksichtigung nimmt Ausdruck (2) leider die Form (6) an. Man kann ihn leider nicht nach φ auflösen, so daß man sich am besten eineTabelle anfertigt (etwa mit einem Kalkulationsprogramm) und auf den Zielwert interpoliert.

$$\cos A = \frac{\sin d - \sin j \cdot \cos h_w}{\cos j \cdot \cos h_w} \qquad (6)$$

Die Schiefe der Ekliptik ändert sich übrigens mit der Zeit, weshalb geeignete Werte berechnet oder aus Tabellen entnommen werden müssen. Man erhält hiermit φ_2 = 53,15° und φ_4 = 53,90°